

全港小學數學比賽
解難智多星(甲部) 挑戰二
樣本試題二

學校名稱：_____

總分：

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

凱撒密碼

指引

本卷共 3 頁。全卷佔 30 分。

簡介

- A. 凱撒密碼 (Caesar's Cipher) 相傳是凱撒大帝將他的信息加密後與軍隊溝通的方法。方法很簡單，將信息 (稱為「明文」) 中的每一個字母從一個方向偏移固定數目後便產生「密文」。如表一所示，當明文的 26 個英文字母向右移動 7 格後，A 就變成 H，B 就變成 I，如此類推。

明文	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
密文	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G

表一

- B. 在此挑戰題中，需要應用「同餘」的概念。現在先簡介一下：

當 7 和 19 分別除以 4 時，餘數都是 3，即 $7 \div 4 = 1 \dots 3$ 及 $19 \div 4 = 4 \dots 3$ 。

那麼我們可以說，7 和 19 是同餘的。為要說明其中的除數是 4，我們會用以下的記號：

$$7 \equiv 19 \pmod{4}$$

再舉一個例子：

28 和 54 分別除以 26 時，餘數都是 2，所以對於除數 26 來說，兩個數字是同餘的。

用數學記號：

$$28 \equiv 54 \pmod{26}$$

現在讓我們計算一條數式的同餘值：

考慮數式 $b = 11 \times a + 23 \pmod{26}$ 。

當 $a = 2$ 時， b 原來的值為 $11 \times 2 + 23 = 45$ 。45 除以 26 時，餘數是 19，

即 $45 \div 26 = 1 \dots 19$ ，

所以當 $a = 2$ 時， $b \equiv 19 \pmod{26}$ 。

換言之，要計算一條數式的同餘值，首先計算它的原來值，然後除以括號內的數字，得出餘數。

任務一

利用下表的加密方法將密文翻譯出來，然後根據所提供的信息回答以下各題（中、英皆可）。

明文	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
密文	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G

密文：

AOL ISBL DOHSL PZ AOL SHYNLZA HUPTHS.

AOLYL HYL ADV NYVBWZ VM DOHSLZ – IHSLLU HUK AVVAOLK.

ISBIILY PZ DOHA THRLZ DOHSLZ MSVHA.

題目 1：

全世界最大的動物是甚麼？

_____ (4分)

題目 2：

哪一個器官使這種動物浮起？

_____ (4分)

題目 3：

這種動物可分為哪兩類？

_____ (6分)

任務二

原來，任務一所採用的加密方法是很容易給人識破的。現為每一個字母定一個 0 至 25 的不同的數字（即 a ），然後利用一條換算數式 $b = 3 \times a + 17 \pmod{26}$ 得出 b 的值，再將每一個 b 的值轉換為原本所設定的字母，那就成為「密文」了。

題目 4：

完成下表。

(10 分)

明文	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
b	17			0			9			18	21	24	1	4	7	10	13	16			25			8	11	14	
密文	R			A			J			S	V	Y	B	E	H	K	N	Q			Z				I	L	O

題目 5：

(6 分)

利用題目 4 的加密方法，翻譯以下的密文並用英文寫出明文（大、小楷均可）。

BRWMDBRWPXT PT GZE

全卷完